

Formas óptimas: El problema de la reina Dido y otros problemas relacionados

Luis J. Alías

Departamento de Matemáticas

Universidad de Murcia

Proyecto ForMate, Hellín, Curso 2006-2007

24 de abril de 2007

La circunferencia como símbolo de la perfección

- La circunferencia es lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo, llamado centro.

La circunferencia como símbolo de la perfección

- La circunferencia es lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo, llamado centro.
- Desde los tiempos más remotos, la circunferencia ha tenido un gran poder de atracción, por su sencillez y simetría, y ha sido considerada como una de las formas más perfectas en Geometría.

La circunferencia como símbolo de la perfección

- La circunferencia es lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo, llamado centro.
- Desde los tiempos más remotos, la circunferencia ha tenido un gran poder de atracción, por su sencillez y simetría, y ha sido considerada como una de las formas más perfectas en Geometría.
- Para los griegos, la perfección de la circunferencia era el símbolo de la simetría absoluta de lo divino. Así por ejemplo, esto les llevó a creer que los planetas debían moverse en circunferencias perfectas.

La circunferencia como símbolo de la perfección

- La circunferencia es lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo, llamado centro.
- Desde los tiempos más remotos, la circunferencia ha tenido un gran poder de atracción, por su sencillez y simetría, y ha sido considerada como una de las formas más perfectas en Geometría.
- Para los griegos, la perfección de la circunferencia era el símbolo de la simetría absoluta de lo divino. Así por ejemplo, esto les llevó a creer que los planetas debían moverse en circunferencias perfectas.
- En el siglo V, el filósofo griego Proclo (412–485) afirmaba
La circunferencia es la primera, la figura más sencilla y la más perfecta.

La circunferencia como símbolo de la perfección

- La circunferencia es lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo, llamado centro.
- Desde los tiempos más remotos, la circunferencia ha tenido un gran poder de atracción, por su sencillez y simetría, y ha sido considerada como una de las formas más perfectas en Geometría.
- Para los griegos, la perfección de la circunferencia era el símbolo de la simetría absoluta de lo divino. Así por ejemplo, esto les llevó a creer que los planetas debían moverse en circunferencias perfectas.
- En el siglo V, el filósofo griego Proclo (412–485) afirmaba
La circunferencia es la primera, la figura más sencilla y la más perfecta.
- Una de las propiedades más importantes de la circunferencia y que ya era conocida por los griegos está relacionada con una historia sobre la reina Dido, fundadora de Cartago, que se relata en *La Eneida* de Virgilio.

La historia de la reina Dido

- Dido fue una princesa fenicia, hija del rey de Tiro, que fue reina al morir su padre y se casó con Sicarbas, sacerdote de Melqart. Pero el hermano de la reina, Pigmalión, asesinó a Sicarbas y tomó el poder.

La historia de la reina Dido

- Dido fue una princesa fenicia, hija del rey de Tiro, que fue reina al morir su padre y se casó con Sicarbas, sacerdote de Melqart. Pero el hermano de la reina, Pigmalión, asesinó a Sicarbas y tomó el poder.
- Dido huyó en barco de Tiro con sus seguidores más fieles y llegaron hasta las costas del norte de África, donde Dido intentó comprar algo de tierra al jefe indígena para que ella y su gente pudieran establecerse.

La historia de la reina Dido

- Dido fue una princesa fenicia, hija del rey de Tiro, que fue reina al morir su padre y se casó con Sicarbas, sacerdote de Melqart. Pero el hermano de la reina, Pigmalión, asesinó a Sicarbas y tomó el poder.
- Dido huyó en barco de Tiro con sus seguidores más fieles y llegaron hasta las costas del norte de África, donde Dido intentó comprar algo de tierra al jefe indígena para que ella y su gente pudieran establecerse.
- Finalmente, después de mucho negociar, cerraron el trato acordando que Dido ocuparía sólo aquel *trozo de tierra que pudiera abarcar con la piel de un buey*.

La historia de la reina Dido

- Dido fue una princesa fenicia, hija del rey de Tiro, que fue reina al morir su padre y se casó con Sicarbas, sacerdote de Melqart. Pero el hermano de la reina, Pigmalión, asesinó a Sicarbas y tomó el poder.
- Dido huyó en barco de Tiro con sus seguidores más fieles y llegaron hasta las costas del norte de África, donde Dido intentó comprar algo de tierra al jefe indígena para que ella y su gente pudieran establecerse.
- Finalmente, después de mucho negociar, cerraron el trato acordando que Dido ocuparía sólo aquel *trozo de tierra que pudiera abarcar con la piel de un buey*.
- Dido se aprovechó de la situación. En primer lugar, interpretó la palabra *abarcar* en su sentido más amplio. A continuación cortó la piel en tiras muy finas y las ató, formando una cuerda cerrada de gran longitud. Finalmente, extendió la cuerda sobre el suelo de forma que encerrara en su interior la mayor superficie posible.

La historia de la reina Dido

- Dido fue una princesa fenicia, hija del rey de Tiro, que fue reina al morir su padre y se casó con Sicarbas, sacerdote de Melqart. Pero el hermano de la reina, Pigmalión, asesinó a Sicarbas y tomó el poder.
- Dido huyó en barco de Tiro con sus seguidores más fieles y llegaron hasta las costas del norte de África, donde Dido intentó comprar algo de tierra al jefe indígena para que ella y su gente pudieran establecerse.
- Finalmente, después de mucho negociar, cerraron el trato acordando que Dido ocuparía sólo aquel *trozo de tierra que pudiera abarcar con la piel de un buey*.
- Dido se aprovechó de la situación. En primer lugar, interpretó la palabra *abarcar* en su sentido más amplio. A continuación cortó la piel en tiras muy finas y las ató, formando una cuerda cerrada de gran longitud. Finalmente, extendió la cuerda sobre el suelo de forma que encerrara en su interior la mayor superficie posible.
- De esta manera Dido consiguió espacio suficiente sobre el que fundó una ciudad a la que llamó *Qart Hadast*, que significa *Ciudad Nueva* (Cartago).

El problema isoperimétrico

- Si el terreno hubiera sido completamente llano, podemos imaginar que Dido tuvo que resolver el siguiente problema matemático: *De entre todas las curvas planas cerradas que tienen una longitud fija, determinar cuál es la que encierra una mayor área en su interior.*

El problema isoperimétrico

- Si el terreno hubiera sido completamente llano, podemos imaginar que Dido tuvo que resolver el siguiente problema matemático: *De entre todas las curvas planas cerradas que tienen una longitud fija, determinar cuál es la que encierra una mayor área en su interior.*
- Equivalentemente: *De entre todas las curvas planas cerradas que encierran un área fija, determinar cuál es la que tiene menor longitud.*

El problema isoperimétrico

- Si el terreno hubiera sido completamente llano, podemos imaginar que Dido tuvo que resolver el siguiente problema matemático: *De entre todas las curvas planas cerradas que tienen una longitud fija, determinar cuál es la que encierra una mayor área en su interior.*
- Equivalentemente: *De entre todas las curvas planas cerradas que encierran un área fija, determinar cuál es la que tiene menor longitud.*
- Es muy posible que Dido encontrara la solución correcta a este problema, que como todos podemos fácilmente intuir es precisamente la circunferencia.

El problema isoperimétrico

- Si el terreno hubiera sido completamente llano, podemos imaginar que Dido tuvo que resolver el siguiente problema matemático: *De entre todas las curvas planas cerradas que tienen una longitud fija, determinar cuál es la que encierra una mayor área en su interior.*
- Equivalentemente: *De entre todas las curvas planas cerradas que encierran un área fija, determinar cuál es la que tiene menor longitud.*
- Es muy posible que Dido encontrara la solución correcta a este problema, que como todos podemos fácilmente intuir es precisamente la circunferencia.
- En términos matemáticos, el problema de la reina Dido pertenece a un tipo de problemas que se conocen con el nombre genérico de *problemas isoperimétricos* (isos=igual, perímetro=longitud del contorno), puesto que se trata de determinar cuál es el dominio plano de mayor área para un mismo perímetro fijo.

La solución del problema isoperimétrico

- Los antiguos griegos ya conocían este problema e intuían que la solución debía ser la circunferencia, pero no fueron capaces de dar una demostración completa.

La solución del problema isoperimétrico

- Los antiguos griegos ya conocían este problema e intuían que la solución debía ser la circunferencia, pero no fueron capaces de dar una demostración completa.
- El problema, aparentemente sencillo, se mantuvo sin solucionar hasta la segunda mitad del siglo XIX, cuando el matemático alemán Karl Weierstrass (1815-1897) proporcionó una demostración completa en sus clases de la Universidad de Berlín.

La solución del problema isoperimétrico

- Los antiguos griegos ya conocían este problema e intuían que la solución debía ser la circunferencia, pero no fueron capaces de dar una demostración completa.
- El problema, aparentemente sencillo, se mantuvo sin solucionar hasta la segunda mitad del siglo XIX, cuando el matemático alemán Karl Weierstrass (1815-1897) proporcionó una demostración completa en sus clases de la Universidad de Berlín.
- El problema isoperimétrico ha sido uno de los problemas más estimulantes e influyentes en la Historia de las Matemáticas.

La solución del problema isoperimétrico

- Los antiguos griegos ya conocían este problema e intuían que la solución debía ser la circunferencia, pero no fueron capaces de dar una demostración completa.
- El problema, aparentemente sencillo, se mantuvo sin solucionar hasta la segunda mitad del siglo XIX, cuando el matemático alemán Karl Weierstrass (1815-1897) proporcionó una demostración completa en sus clases de la Universidad de Berlín.
- El problema isoperimétrico ha sido uno de los problemas más estimulantes e influyentes en la Historia de las Matemáticas.
- Después de la demostración de Weierstrass se encontraron otras demostraciones más sencillas y directas, pero que siguen siendo aún complicadas y requieren de una fuerte formación matemática para comprenderlas.

La solución del problema isoperimétrico

- Los antiguos griegos ya conocían este problema e intuían que la solución debía ser la circunferencia, pero no fueron capaces de dar una demostración completa.
- El problema, aparentemente sencillo, se mantuvo sin solucionar hasta la segunda mitad del siglo XIX, cuando el matemático alemán Karl Weierstrass (1815-1897) proporcionó una demostración completa en sus clases de la Universidad de Berlín.
- El problema isoperimétrico ha sido uno de los problemas más estimulantes e influyentes en la Historia de las Matemáticas.
- Después de la demostración de Weierstrass se encontraron otras demostraciones más sencillas y directas, pero que siguen siendo aún complicadas y requieren de una fuerte formación matemática para comprenderlas.
- Resulta sorprendente comprobar cómo un problema aparentemente tan sencillo como éste y para el que todos podemos intuitivamente adivinar cuál es su solución haya permanecido tantos siglos sin resolver y que su solución sea tan complicada.

La solución de Steiner

- Antes que Weierstrass, muchos y muy buenos matemáticos como intentaron solucionar este problema, sin éxito.

La solución de Steiner

- Antes que Weierstrass, muchos y muy buenos matemáticos como intentaron solucionar este problema, sin éxito.
- Probablemente, uno de los que más empeño puso en esta tarea y que consiguió importantes avances fue el matemático suizo Jacob Steiner (1796–1863), que murió convencido de que había resuelto el problema.

La solución de Steiner

- Antes que Weierstrass, muchos y muy buenos matemáticos como intentaron solucionar este problema, sin éxito.
- Probablemente, uno de los que más empeño puso en esta tarea y que consiguió importantes avances fue el matemático suizo Jacob Steiner (1796–1863), que murió convencido de que había resuelto el problema.
- De hecho llegó a dar hasta cinco demostraciones diferentes de que la circunferencia era la solución del problema isoperimétrico, pero todas ellas tienen el mismo fallo.

La solución de Steiner

- Antes que Weierstrass, muchos y muy buenos matemáticos como intentaron solucionar este problema, sin éxito.
- Probablemente, uno de los que más empeño puso en esta tarea y que consiguió importantes avances fue el matemático suizo Jacob Steiner (1796–1863), que murió convencido de que había resuelto el problema.
- De hecho llegó a dar hasta cinco demostraciones diferentes de que la circunferencia era la solución del problema isoperimétrico, pero todas ellas tienen el mismo fallo.
- A continuación vamos a analizar entre todos la primera demostración que dió Steiner en 1836, a ver si somos capaces de encontrar el fallo.

La solución de Steiner

- Antes que Weierstrass, muchos y muy buenos matemáticos como intentaron solucionar este problema, sin éxito.
- Probablemente, uno de los que más empeño puso en esta tarea y que consiguió importantes avances fue el matemático suizo Jacob Steiner (1796–1863), que murió convencido de que había resuelto el problema.
- De hecho llegó a dar hasta cinco demostraciones diferentes de que la circunferencia era la solución del problema isoperimétrico, pero todas ellas tienen el mismo fallo.
- A continuación vamos a analizar entre todos la primera demostración que dió Steiner en 1836, a ver si somos capaces de encontrar el fallo.
- La herramienta fundamental que utiliza es el hecho de que las *simetrías* del plano y, en particular, las *reflexiones* con respecto a una recta son *isometrías* del plano y, por lo tanto, conservan la longitud y el área.

La solución de Steiner ¿Dónde está el fallo?

- Fijemos una longitud L y supongamos que C es la solución de nuestro problema. Es decir, supongamos que C es una curva cerrada de longitud L tal que cualquier otra curva cerrada de la misma longitud L encierra un área menor o igual que la encerrada por C .

La solución de Steiner ¿Dónde está el fallo?

- Fijemos una longitud L y supongamos que C es la solución de nuestro problema. Es decir, supongamos que C es una curva cerrada de longitud L tal que cualquier otra curva cerrada de la misma longitud L encierra un área menor o igual que la encerrada por C .
- Queremos demostrar que C tiene que ser necesariamente una circunferencia. La demostración se divide en tres pasos.

La solución de Steiner ¿Dónde está el fallo?

- Fijemos una longitud L y supongamos que C es la solución de nuestro problema. Es decir, supongamos que C es una curva cerrada de longitud L tal que cualquier otra curva cerrada de la misma longitud L encierra un área menor o igual que la encerrada por C .
- Queremos demostrar que C tiene que ser necesariamente una circunferencia. La demostración se divide en tres pasos.
- **Primer paso:** Se trata de probar que C tiene que ser una curva *convexa*. ¿Por qué?

La solución de Steiner ¿Dónde está el fallo?

- Fijemos una longitud L y supongamos que C es la solución de nuestro problema. Es decir, supongamos que C es una curva cerrada de longitud L tal que cualquier otra curva cerrada de la misma longitud L encierra un área menor o igual que la encerrada por C .
- Queremos demostrar que C tiene que ser necesariamente una circunferencia. La demostración se divide en tres pasos.
- **Primer paso:** Se trata de probar que C tiene que ser una curva *convexa*. ¿Por qué?
- **Segundo paso:** Una vez que sabemos que C debe ser convexa, veamos que C debe *admitir diámetros*. Esto quiere decir que si tomamos dos puntos P y Q en C tales que dividan la curva C en dos arcos de la misma longitud $L/2$, entonces la línea recta que une P con Q debe dividir el dominio acotado por C en dos trozos de la misma área. ¿Por qué?

La solución de Steiner ¿Dónde está el fallo?

- Fijemos una longitud L y supongamos que C es la solución de nuestro problema. Es decir, supongamos que C es una curva cerrada de longitud L tal que cualquier otra curva cerrada de la misma longitud L encierra un área menor o igual que la encerrada por C .
- Queremos demostrar que C tiene que ser necesariamente una circunferencia. La demostración se divide en tres pasos.
- **Primer paso:** Se trata de probar que C tiene que ser una curva *convexa*. ¿Por qué?
- **Segundo paso:** Una vez que sabemos que C debe ser convexa, veamos que C debe *admitir diámetros*. Esto quiere decir que si tomamos dos puntos P y Q en C tales que dividan la curva C en dos arcos de la misma longitud $L/2$, entonces la línea recta que une P con Q debe dividir el dominio acotado por C en dos trozos de la misma área. ¿Por qué?
- **Tercer paso:** El paso definitivo consiste en probar que si P y Q son dos puntos de C que dividen a la curva en dos arcos de la misma longitud $L/2$, entonces cada uno de ellos debe ser una semicircunferencia. ¿Por qué?

La solución de Steiner ¿Dónde está el fallo?

- Para resolver el tercer paso necesitamos dos resultados auxiliares (lo que se llaman *lemas* en la jerga matemática) y que están bien, ¡seguro!

La solución de Steiner ¿Dónde está el fallo?

- Para resolver el tercer paso necesitamos dos resultados auxiliares (lo que se llaman *lemas* en la jerga matemática) y que están bien, ¡seguro!
- Lema 1 (Teorema de Tales): Si el arco de P a Q no es una semicircunferencia, entonces debe existir un punto R en dicho arco para el cual el ángulo α del triángulo PRQ en el vértice R no es un ángulo recto.

La solución de Steiner ¿Dónde está el fallo?

- Para resolver el tercer paso necesitamos dos resultados auxiliares (lo que se llaman *lemas* en la jerga matemática) y que están bien, ¡seguro!
- Lema 1 (Teorema de Tales): Si el arco de P a Q no es una semicircunferencia, entonces debe existir un punto R en dicho arco para el cual el ángulo α del triángulo PRQ en el vértice R no es un ángulo recto.
- Lema 2: Si fijamos dos longitudes a y b y consideramos la familia de todos los triángulos que tienen dos lados adyacentes con esas longitudes a y b , el triángulo rectángulo es el que tiene mayor área de todos.

La solución de Steiner ¿Dónde está el fallo?

- Para resolver el tercer paso necesitamos dos resultados auxiliares (lo que se llaman *lemas* en la jerga matemática) y que están bien, ¡seguro!
- Lema 1 (Teorema de Tales): Si el arco de P a Q no es una semicircunferencia, entonces debe existir un punto R en dicho arco para el cual el ángulo α del triángulo PRQ en el vértice R no es un ángulo recto.
- Lema 2: Si fijamos dos longitudes a y b y consideramos la familia de todos los triángulos que tienen dos lados adyacentes con esas longitudes a y b , el triángulo rectángulo es el que tiene mayor área de todos.
- Entonces, si uno de estos dos arcos no fuera una semicircunferencia, por el teorema de Tales debería existir un punto R con $\alpha \neq 90^\circ$. En ese caso caso, realizando un movimiento de bisagra en el vértice R hasta que el ángulo fuera recto obtendríamos una nueva curva que acotaría un área mayor que la acotada inicialmente por C .

El fallo en la demostración de Steiner

- El fallo que tiene la demostración de Steiner es el mismo fallo que tiene la demostración que vamos a hacer del siguiente teorema, que es falso a todas luces.

El fallo en la demostración de Steiner

- El fallo que tiene la demostración de Steiner es el mismo fallo que tiene la demostración que vamos a hacer del siguiente teorema, que es falso a todas luces.
- **Teorema** *El número 1 es el número natural más grande.*

El fallo en la demostración de Steiner

- El fallo que tiene la demostración de Steiner es el mismo fallo que tiene la demostración que vamos a hacer del siguiente teorema, que es falso a todas luces.
- **Teorema** *El número 1 es el número natural más grande.*
- Por supuesto, el fallo de la demostración está en **admitir** que existe un número natural mayor que los demás. Pues bien, la demostración de Steiner, de una manera mucho más sutil, tiene el mismo inconveniente.

El fallo en la demostración de Steiner

- El fallo que tiene la demostración de Steiner es el mismo fallo que tiene la demostración que vamos a hacer del siguiente teorema, que es falso a todas luces.
- **Teorema** *El número 1 es el número natural más grande.*
- Por supuesto, el fallo de la demostración está en **admitir** que existe un número natural mayor que los demás. Pues bien, la demostración de Steiner, de una manera mucho más sutil, tiene el mismo inconveniente.
- Lo que realmente demuestra Steiner es que *si existiera* una curva cerrada y simple acotando una mayor área, entonces debería ser necesariamente una circunferencia.

El fallo en la demostración de Steiner

- El fallo que tiene la demostración de Steiner es el mismo fallo que tiene la demostración que vamos a hacer del siguiente teorema, que es falso a todas luces.
- **Teorema** *El número 1 es el número natural más grande.*
- Por supuesto, el fallo de la demostración está en **admitir** que existe un número natural mayor que los demás. Pues bien, la demostración de Steiner, de una manera mucho más sutil, tiene el mismo inconveniente.
- Lo que realmente demuestra Steiner es que *si existiera* una curva cerrada y simple acotando una mayor área, entonces debería ser necesariamente una circunferencia.
- La necesidad de demostrar la existencia de una curva cerrada y simple que acote un área máxima es precisamente el punto débil en la solución de Steiner al problema isoperimétrico, a pesar de que tal existencia parezca evidente.

El “apaño” de Blaschke

- A principios del siglo XX Blaschke (matemático alemán) demostró un resultado muy general llamado el Teorema de Selección de Blaschke que asegura la existencia de casi todo lo que intuitivamente parece que debe existir.

El “apaño” de Blaschke

- A principios del siglo XX Blaschke (matemático alemán) demostró un resultado muy general llamado el Teorema de Selección de Blaschke que asegura la existencia de casi todo lo que intuitivamente parece que debe existir.
- Este resultado vendría a completar la prueba de Steiner. Sin embargo, para ese momento Steiner llevaba ya varias décadas muerto...

La desigualdad isoperimétrica

- La propiedad isoperimétrica de la circunferencia se encuentra contenida en la llamada desigualdad isoperimétrica, que proporciona una desigualdad óptima entre la longitud de una curva plana cerrada y el área del dominio plano encerrado por ella.

La desigualdad isoperimétrica

- La propiedad isoperimétrica de la circunferencia se encuentra contenida en la llamada desigualdad isoperimétrica, que proporciona una desigualdad óptima entre la longitud de una curva plana cerrada y el área del dominio plano encerrado por ella.
- En concreto, para cualquier curva plana cerrada de longitud L , se cumple que

$$A \leq \frac{L^2}{4\pi},$$

donde A representa el área del dominio plano encerrado por ella. Además, se da la igualdad únicamente cuando la curva es una circunferencia.

La desigualdad isoperimétrica

- La propiedad isoperimétrica de la circunferencia se encuentra contenida en la llamada desigualdad isoperimétrica, que proporciona una desigualdad óptima entre la longitud de una curva plana cerrada y el área del dominio plano encerrado por ella.
- En concreto, para cualquier curva plana cerrada de longitud L , se cumple que

$$A \leq \frac{L^2}{4\pi},$$

donde A representa el área del dominio plano encerrado por ella. Además, se da la igualdad únicamente cuando la curva es una circunferencia.

- Equivalentemente, la longitud L del contorno de un dominio plano de área A verifica

$$L \geq 2\sqrt{\pi A},$$

dándose la igualdad precisamente cuando el dominio es un círculo.

La desigualdad isoperimétrica

Polígono	Número de lados	Perímetro	Área
Triángulo	3	1 m	0,0481 m ²
Cuadrado	4	1 m	0.0625 m ²
Hexágono	6	1 m	0.0721 m ²
Octógono	8	1 m	0.0754 m ²
Dodecágono	12	1 m	0.0777 m ²
Isodecágono	20	1 m	0.0789 m ²
Circunferencia	∞	1 m	0.0795 m ²

La desigualdad isoperimétrica

Polígono	Número de lados	Perímetro	Área
Triángulo	3	4,5590 m	1 m ²
Cuadrado	4	4 m	1 m ²
Hexágono	6	3.7224 m	1 m ²
Octógono	8	3.6407 m	1 m ²
Dodecágono	12	3.5863 m	1 m ²
Isodecágono	20	3.5596 m	1 m ²
Circunferencia	∞	3.5449 m	1 m ²

Consecuencias físicas

- ¿Por qué las gotas de aceite que flotan en el agua son redondas?

Consecuencias físicas

- ¿Por qué las gotas de aceite que flotan en el agua son redondas?
- Porque las fuerzas moleculares del aceite generan una figura de perímetro mínimo, para minimizar la energía.

Consecuencias físicas

- ¿Por qué las gotas de aceite que flotan en el agua son redondas?
- Porque las fuerzas moleculares del aceite generan una figura de perímetro mínimo, para minimizar la energía.
- ¿Por qué la forma óptima de un tambor es circular?

Consecuencias físicas

- ¿Por qué las gotas de aceite que flotan en el agua son redondas?
- Porque las fuerzas moleculares del aceite generan un figura de perímetro mínimo, para minimizar la energía.
- ¿Por qué la forma óptima de un tambor es circular?
- Esto es debido a que la frecuencia principal de la membrana del tambor depende inversamente de su área: al aumentar el área de la membrana, disminuye la frecuencia principal. Una vez fijada el área, sería interesante saber qué forma debe tener la membrana para que la frecuencia principal sea la más baja.

Consecuencias físicas

- ¿Por qué las gotas de aceite que flotan en el agua son redondas?
- Porque las fuerzas moleculares del aceite generan una figura de perímetro mínimo, para minimizar la energía.
- ¿Por qué la forma óptima de un tambor es circular?
- Esto es debido a que la frecuencia principal de la membrana del tambor depende inversamente de su área: al aumentar el área de la membrana, disminuye la frecuencia principal. Una vez fijada el área, sería interesante saber qué forma debe tener la membrana para que la frecuencia principal sea la más baja.
- En 1877, Sir Lord Rayleigh (1842-1919) comprobó experimentalmente que la forma óptima era la circular, en el sentido de que las membranas circulares minimizan la frecuencia principal de entre todas las membranas de la misma área.

Consecuencias físicas

- ¿Por qué las gotas de aceite que flotan en el agua son redondas?
- Porque las fuerzas moleculares del aceite generan una figura de perímetro mínimo, para minimizar la energía.
- ¿Por qué la forma óptima de un tambor es circular?
- Esto es debido a que la frecuencia principal de la membrana del tambor depende inversamente de su área: al aumentar el área de la membrana, disminuye la frecuencia principal. Una vez fijada el área, sería interesante saber qué forma debe tener la membrana para que la frecuencia principal sea la más baja.
- En 1877, Sir Lord Rayleigh (1842-1919) comprobó experimentalmente que la forma óptima era la circular, en el sentido de que las membranas circulares minimizan la frecuencia principal de entre todas las membranas de la misma área.
- La justificación matemática de que en efecto esto es así se obtuvo casi 50 años después, gracias al trabajo de los matemáticos Georg Faber (1877-1966) y Edgar Krahn (1894-1961), y depende esencialmente de la propiedad isoperimétrica de la circunferencia.

Muchas gracias por vuestra atención.

Espero que os haya gustado