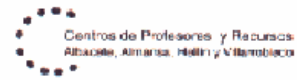




OLIMPIADA MATEMÁTICA



XVII OLIMPIADA

PROBLEMAS DE LA PRIMERA FASE

NIVEL 12 – 14

XVII OLIMPIADA. PRIMERA FASE. NIVEL 12-14. PROBLEMA Nº 1

MOZART AUREO



Celebramos en 2006 el 250 aniversario del más grande compositor de la historia, Wolfgang Amadeus Mozart.

En varias sonatas para piano de Mozart, la proporción entre el desarrollo del tema y su introducción es la más cercana posible a la razón áurea.

Esto se consigue a través de la serie de Fibonacci:

a) Escribe por lo menos los treinta primeros términos de la sucesión de Fibonacci

b) ¿Cuáles son pares? ¿Qué lugar ocupan en la sucesión? ¿Qué significa que un número ocupe el segundo, tercero, cuarto o enésimo lugar en una sucesión?

c) ¿Cuáles son múltiplos de 3? ¿Qué lugar ocupan en la sucesión?

d) Realiza el mismo análisis con los múltiplos de 5, 8 y 13 ¿Por qué se eligieron estos números?

e) Si hallas alguna regularidad, exprésala en palabras.

f) A modo de ayuda y como resumen de lo obtenido, completa el siguiente cuadro agregando más filas y columnas:

Lugar que ocupan	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Términos de la sucesión.	1	1	2	3	5	8	13	21	34
¿Múltiplo de 2?	no	no	sí	no	no	sí	no	no	sí
¿Múltiplo de 3?	no	no	no	sí	no	no	no	sí	no

Ya podemos intuir que cada término de la sucesión de Fibonacci es divisor de infinitos números de la sucesión. Pero, ¿Qué sucede con los números que no son términos de la sucesión de Fibonacci? ¿Hay múltiplos de 4?, ¿y de 6?, ¿y de 7? Observa hasta los múltiplos de 10. ¿Te animas a extraer alguna conclusión?

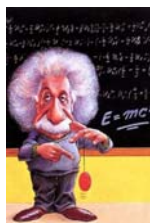


OLIMPIADA MATEMÁTICA



XVII OLIMPIADA. PRIMERA FASE. NIVEL 12-14. PROBLEMA Nº 2

HORA RELATIVA



Este pasado año 2005 ha estado lleno de centenarios. Sin lugar a dudas el más importante para la Ciencia ha sido el centenario de la publicación de la teoría de la relatividad especial por Albert Einstein en 1905.

Una de sus muchas consecuencias, es que a grandes velocidades el tiempo se ralentiza y son posibles los “viajes al futuro”.

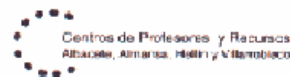
No debemos confundir este concepto con nuestra percepción subjetiva.

Si estamos disfrutando, el tiempo “pasa” rápidamente, mientras que si nos aburrimos cada segundo nos parece eterno y nuestras ganas de que llegue la media noche nos lleva a plantearnos:

“Si fueran dos horas más tarde, faltaría para la media noche la mitad de lo que faltaría si fuera una hora más tarde”. ¿Qué hora es?



OLIMPIADA MATEMATICA



XVII OLIMPIADA. PRIMERA FASE. NIVEL 12 – 14. PROBLEMA Nº 3

EL GORDO DE NAVIDAD

Juan y Elena, van a la Administración de lotería a comprarle un décimo a su tía Pilar. Pero de camino a casa, se acercan al estanque de los patos, con el billete en la mano y cuando se aproximan a verlos, un pato le estira del billete y le arranca un trozo.

Rápidamente, Juan y Elena van a contárselo a su tía Pilar, y ésta se dirige a la Administración de lotería y solicita que le cambien el billete, por otro con el mismo número. El administrador de lotería les contesta: ***“únicamente le puede cambiar el billete si me dice el número de serie del billete, que consta de seis dígitos, y es la parte que le falta al billete”***.

Pilar les pregunta a sus sobrinos, ¿Cuál es el número de serie del billete?

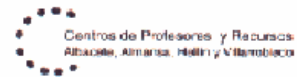
Juan, contesta: Yo recuerdo que era un número capicúa y par.

Elena, responde.: Al dividir el número entre 8, no era una división exacta, y al multiplicar todos sus números obtuve el número 44100.

¿Puede Pilar, conocer con certeza el número de serie?



OLIMPIADA MATEMÁTICA



XVII OLIMPIADA. PRIMERA FASE.

NIVEL 12-14 . PROBLEMA Nº 4

DOS Y DOS SON CUATRO, CUATRO Y DOS...

En esta suma cada letra representa un número.

No puede haber dos letras que representen el mismo número ni dos números distintos representados por la misma letra.

Averigua que número corresponde a cada letra.

$$\begin{array}{r} \text{D O S} \\ \text{D O S} \\ \text{D O S} \\ + \text{D O S} \\ \hline \text{O C H O} \end{array}$$



OLIMPIADA MATEMÁTICA



XVII OLIMPIADA. PRIMERA FASE. NIVEL 12 -14. PROBLEMA Nº 5

ESCALERA NUMÉRICA

Se disponen los números pares de la siguiente manera:

				20
			12	18
	6	10	16	
2	4	8	14	

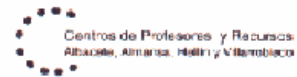
Como puedes ver forman una escalera numérica.

En el primer escalón hay únicamente un número, en el segundo escalón dos números, etc. Si seguimos construyendo escalones.

- ¿Qué número está en el peldaño superior del vigésimo (20°) escalón?
- ¿En qué escalón está el número 2006?, ¿sabrías exactamente en qué peldaño?



OLIMPIADA MATEMÁTICA



XVII OLIMPIADA. PRIMERA FASE.
NIVEL 12-14 . PROBLEMA Nº 6

SUPERPUESTOS

Tenemos dos cuadrados iguales superpuestos, de manera que un vértice de uno está siempre en el centro del otro. ¿En que posición el área común es la mayor posible?

