

HOJA N°1 PROBABILIDAD.

1.- Describe el espacio muestral asociado a cada uno de los siguientes experimentos aleatorios:

- Lanzar tres monedas.
- Lanzar tres dados y anotar la suma de los puntos obtenidos.
- Extracción de dos bolas de una urna que contiene cuatro bolas blancas y tres negras.
- El tiempo, con relación a la lluvia, que hará durante tres días consecutivos.



2.- Se considera el sexo de los hijos de las familias de tres hijos. Sea A el suceso *hijo mayor es una hembra*, y B el suceso *los dos hijos pequeños son varones*. ¿Cuales son los elementos de A y B?

3.- Tenemos una urna con nueve bolas numeradas del 1 al 9. Realizamos el experimento, que consiste en sacar una bola de una urna, anotar el número y devolverla a la urna. Consideramos los siguientes sucesos: A=“salir un número primo” y B=“salir un número cuadrado”. Responde a las siguientes cuestiones:

- Calcula los sucesos $A \cup B$ y $A \cap B$.
- Los sucesos A y B, ¿son compatibles o incompatibles?
- Encuentra los sucesos contrarios de A y B



4.-¿Cuál de las siguientes funciones define una probabilidad en $E = \{A, B, C\}$?

- (a) $P(A)=1/4$, $P(B)=1/3$, $P(C)=1/2$ (b) $P(A)=2/3$, $P(B)=-1/3$, $P(C)=2/3$
 (c) $P(A)=1/6$, $P(B)=1/3$, $P(C)=1/2$ (d) $P(A)=0$, $P(B)=1/3$, $P(C)=2/3$.

5.- Sea P una probabilidad definida en $E = \{A, B, C\}$. Encuentra P(A) en los siguientes casos: (a) $P(B)=1/3$ y $P(C)=1/4$; (b) $P(A)=2P(B)$ y $P(C)=1/4$; (c) $P(C)=2P(B)$ y $P(B)=3P(A)$.

6.- En una determinada fábrica de automóviles, el 6% de los coches tienen defectos en el motor, el 8% tiene defectos en la carrocería y el 2% tiene ambos defectos.

- ¿Cuál es la probabilidad de que un coche tenga al menos un defecto?
- ¿Y la probabilidad de que un coche no sea defectuoso?

7.- Se lanzan dos dados equilibrados con seis caras marcadas con los números del uno al seis. Se pide:

- Halla la probabilidad de que la suma de los valores que aparecen en la cara superior sea múltiplo de 3.
- ¿Cuál es la probabilidad de que los valores obtenidos difieran en una cantidad mayor de dos?



8.- En una caja tenemos 15 bolas blancas, 30 bolas negras y 45 bolas verdes. Si extraemos tres bolas simultáneamente, ¿Cuál es la probabilidad de que salga una bola de cada color?

9.- Si escogemos al azar dos números de teléfono y observamos la última cifra de cada uno, determina las probabilidades siguientes:

- Que las dos cifras sean iguales.
- Que la suma sea 11.
- Que la suma sea mayor que 7 y menor que 13.

10.- Se tiran tres dados al mismo tiempo. Encuentra la probabilidad de que:

- La suma de los números aparecidos sea menor que 8.
- La suma de los números sea mayor que 4 y menor que 8.



11.- Dos personas, A y B, organizan el siguiente juego: Tiran un dado tres veces. Si sale algún 1, gana A. Si no sale ningún 1, gana B. ¿Cuál de las dos personas tiene más probabilidades de ganar?

12.- Una casa tiene dos escaleras. La escalera A tiene 10 pisos, en cuatro de ellos hay joyas; en la escalera B, cinco pisos tienen joyas y cinco no. Un ladrón entra al azar en una de las escaleras y luego en uno de los pisos. ¿Cuál es la probabilidad de que entre en un piso con joyas?

13.- Una urna A, contiene 5 bolas rojas y 3 bolas blancas. Otra urna, B, contiene 2 bolas blancas y 6 rojas. Si se saca una bola de cada urna, ¿cuál es la probabilidad de que sean de igual color?

14.- En una casa hay tres llaveros A, B y C, el primero con 5 llaves, el segundo con 7 y el tercero con 8, de las que sólo una de cada llavero abre la puerta del trastero. Se escoge al azar un llavero y, de él, una llave para intentar abrir el trastero. Se pide:

- ¿Cuál será la probabilidad de que se acierte con la llave?
- ¿Cuál es la probabilidad de que el llavero escogido sea el tercero y la llave no abra?

15.- Lanzamos un dado cúbico con las caras numeradas del uno al seis y leemos el número que aparece en la cara superior. Consideramos los sucesos siguientes: A=“se obtiene un número primo”; B=“se obtiene múltiplo de 2”, y C=“se obtiene múltiplo de 3”. Estudiar la independencia de los sucesos:

(a) A y B; (b) B y C.

16.- Se consideran los sucesos $\bar{A}$ y $\bar{B}$, que son independientes. Prueba que son independientes entre sí los sucesos $\bar{A}$ y $\bar{B}$.

17.- Determina si los sucesos A y B son compatibles o incompatibles, dependientes o independientes, sabiendo que: $P(A)=1/2$; $P(B)=1/2$ y $P(A \cup B)=3/4$.

18.- Se arroja al aire tres veces consecutivas una moneda. En cada uno de los lanzamientos denominamos C al suceso obtener cara y X al suceso obtener cruz. Consideremos los sucesos:

$$H = \{(CCC), (CCX), (CXX), (XXX)\} \quad I = \{(CCC), (CXC), (XCX), (XXX)\}$$

$J = \{(CCC), (XCC), (XXC), (XXX)\}$ ¿Son independientes H, I y J?

19.- Sea $E = \{a_1, a_2, a_3\}$ el espacio de sucesos elementales de un experimento aleatorio. Ver cuales de las funciones siguientes definen una función de probabilidad:

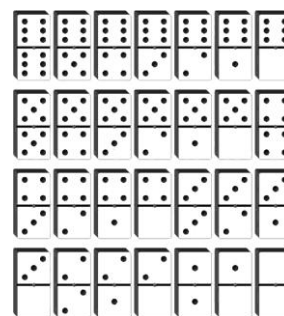
- (a) $P(a_1)=1/2$; $P(a_2)=1/3$; $P(a_3)=1/6$ (b) $P(a_1)=3/4$; $P(a_2)=-1/4$; $P(a_3)=1/4$
 (c) $P(a_1)=1/2$; $P(a_2)=0$; $P(a_3)=1/2$ (d) $P(a_1)=2/3$; $P(a_2)=1/3$; $P(a_3)=1/3$.

20.- Una urna contiene 3 bolas rojas, 2 blancas y 1 azul, y otra urna contiene 2 bolas rojas, 2 blancas y 1 amarilla. Se saca, al azar, una bola de cada urna y se anota el color. Se pide:

- Construye un espacio muestral adecuado a esta experiencia.
- Escribe, a partir de los elementos del espacio muestral, los siguientes casos: A="las dos bolas son rojas", B="las dos bolas son del mismo color"
- Calcula $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cup B)$ y $P(A \cap B)$.

21.- Se lanzan 5 dados sobre una mesa. ¿Cuál es la probabilidad de que salgan sólo números pares? ¿Y de que salga al menos un 6?

22.- Un dominó normal consta de 28 fichas. Calcula la probabilidad de encontrar algún doble al tomar cuatro fichas al azar del dominó.



23.- Se ha seguido la pista a 100000 coches utilitarios durante un año. Éstos son tres marcas distintas, A, B y C. Unos han tenido avería (Av) y otros no (no Av). Se reparten según los siguientes datos:

	A	B	C
Av	650	200	150
No Av	49.350	19.800	29.850

- Cuál de las tres marcas es más segura.
- Cuáles de los sucesos A y B son independientes de "Av" y de "no Av".

24.- Se ha realizado un estudio ente 800 estudiantes obteniéndose los datos siguientes: hay 440 mujeres de las cuales cursan estudios técnicos 300 y el resto estudia humanidades. De los 360 varones, 200 cursan estudios técnicos y 160 humanidades. Se selecciona un alumno al azar. Se pide:

- Probabilidad de que estudie humanidades si se sabe que es varón.
- Probabilidad de que la persona elegida sea mujer si se sabe que realiza estudios técnicos.
- ¿Son independientes los sucesos ser varón y estudiar humanidades?

25.- Una urna contiene 2 bolas negras y dos bolas blancas. Se realizan 4 extracciones con reemplazamiento. Se pide:

- Obtener el espacio muestral asociado a este experimento aleatorio.
- Determina qué elementos del espacio muestral constituyen el suceso A "sólo sale una bola negra" y cuáles el suceso B "la segunda bola extraída es negra".
- Hallar las probabilidades correspondientes a los sucesos A y B y las correspondientes a su unión y a su intersección.



26.-Una compañía tiene dos proveedores A y B que le suministran artículos en mal estado en los últimos envíos. Los datos del último pedido son:

	Buenos	Defectuosos	Total
Proveedor A	10	40	50
Proveedor B	20	130	150
Total	30	170	200

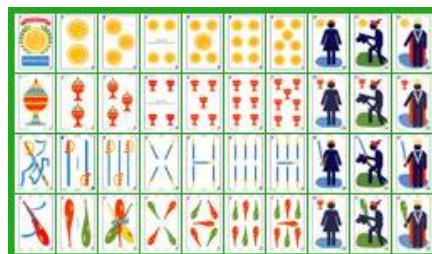
Calcula la probabilidad de que al elegir al azar un artículo:

- Sea bueno
- Sea del proveedor A
- Sea del proveedor A sabiendo que es defectuoso.
- Sea del proveedor B y sea bueno.
- Sea suministrado por A o sea defectuoso.

27.- La probabilidad de que tenga lugar el contrario de un suceso A es $1/3$, la probabilidad de un suceso B es $3/4$ y la probabilidad de que ocurran a la vez los sucesos A y B es $5/8$. Determinar: i) Probabilidad de que se verifique el suceso A o el suceso B. ii) Probabilidad de que no se verifique A y no se verifique B. iii) Probabilidad de que ocurra A sabiendo que se ha verificado B. iv) Independencia de los sucesos A y B.

28.- Lanzamos una moneda al aire y, según salga cara o cruz, sacamos una bola de la urna U1 o de la urna U2. La primera urna contiene tres bolas blancas y 2 negras, la 2ª 2 blancas y 4 negras. Se pide: i) Realizar un diagrama con los posibles resultados. ii) Hallar la probabilidad de sacar una bola negra.

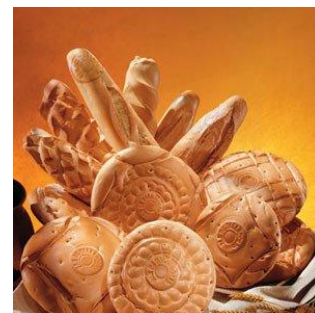
29.- Se extrae una carta de una baraja española de 40 cartas. Si la carta extraída es un rey nos dirigimos a la urna I, en caso contrario nos dirigimos a la urna II. El contenido de la urna I es de 7 bolas blancas y 5 negras, el de la urna II es 6 bolas blancas y 4 negras. Hallar: a) Probabilidad de que la bola extraída sea blanca y de la urna II. b) Probabilidad de que la bola extraída sea negra. c) Se ha extraído una bola que ha resultado ser negra, calcula la probabilidad de que proceda de la urna I.



30.- Se tienen dos urnas U1 y U2 cuyo contenido en bolas rojas, azules y verdes es: en la urna U1 4 azules, 3 rojas y 3 verdes, en la urna U2 4 rojas, 5 azules y 1 verde. Se lanzan tres monedas y si se obtienen exactamente dos caras se extrae una bola de la urna U1, en otro caso se extrae de la urna U2. Se pide: i) Hacer un diagrama para el experimento de lanzar 3 monedas. ii) Calcular la probabilidad de que la bola extraída sea azul.

31.- En una ciudad el 55% de los habitantes consume pan integral, el 30% pan de multicereales y el 20% consume ambos. Se pide:

- Sabiendo que un habitante consume pan integral ¿Cuál es la probabilidad de que consuma pan multicereales?
- Sabiendo que un habitante consume pan multicereales ¿Cuál es la probabilidad de que no consuma pan integral?
- ¿Cuál es la probabilidad de que una persona de esa ciudad no consuma de ninguno de los dos tipos de pan?



32.- Se disponen dos urnas la I y la II. La urna I contiene 3 bolas rojas, 2 blancas y 1 azul, la urna II contiene dos bolas rojas, 2 blancas y 1 negra. Se saca al azar una bola de cada urna. Se pide: a) construir el espacio muestral correspondiente a esta experiencia. b) Calcular la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean del mismo color.

33.- Se lanza un dado dos veces. Se pide: a) ¿Qué sucesos forman el espacio muestral?. b) ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de los puntos obtenidos sea 8? c) Si en la primera tirada ha salido un 5 ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de puntos obtenidos sea 8? d) justifica de acuerdo con los resultados obtenidos, la independencia o no independencia de los sucesos "Obtener suma de 8 puntos en dos tiradas" y "obtener un 5 en la primera tirada".



34.- Una encuesta revela que el 35% de los habitantes de una determinada ciudad leen el periódico A, el 28% leen el periódico B y un 10% leen ambos. Si se elige al azar un ciudadano, calcula la probabilidad de que:

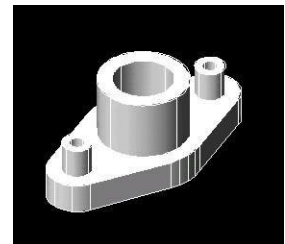
- Lea al menos uno de los dos periódicos.
- Lea A pero no B.
- No lea ninguno.
- Lea ambos periódicos sabiendo que lee A.
- Lea ambos periódicos sabiendo que lee alguno.
- Lea A sabiendo que no lee B.



35.- El 56% de los profesores trabajan en primaria, el 34% en secundaria y el resto en superior. La enfermedad más extendida es la afonía. La padecen el 30% de los que trabajan en primaria, el 40% de los que trabajan en secundaria y el 20% de los que trabajan en superior ¿Cuál es la probabilidad de que un docente trabaje en primaria si padece esta enfermedad?.

36.- En una fábrica tienen tres máquinas A, B y C que producen respectivamente el 40%, el 35% y el 25% del total de piezas. Los porcentajes de piezas defectuosas que cada máquina produce son, respectivamente 3%, 5% y 4%. Calcula la probabilidad de que al escoger una pieza al azar:

- Sea defectuosa y producida por A.
- No sea defectuosa ni producida por A.
- Sea defectuosa.



37.- Un 65% de los alumnos ha aprobado matemáticas, un 70% filosofía y un 53% ambas asignaturas. Se elige al azar un estudiante. Calcula la probabilidad de que:

- Haya suspendido ambas.
- Haya aprobado al menos una de las dos.

Razona que esta situación no es posible si sólo el 30% de los alumnos ha aprobado ambas materias.

38.- Una caja se llena lanzando 3 monedas y poniendo en ella una bola blanca por cada cara y una bola negra por cada cruz.

- Halla la probabilidad de que al extraer una bola de la caja sea blanca.
- Se saca una bola de la caja y resulta ser negra, halla la probabilidad de que todas las bolas de la caja sean negras.



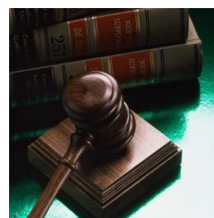
39.- Se consideran las urnas I formada por 3 bolas blancas y 7 negras, la urna II por 5 blancas y 5 negras y la III formada por 8 blancas y 2 negras. Se lanza un dado y se elige la primera si sale un 1, la segunda si sale un 2 o un 3 y la tercera en los demás casos. Se saca una bola, calcula la probabilidad de que sea negra.



40.- Con las urnas I y II del problema anterior se saca una bola de la urna I y sin mirarla se introduce en II, luego se extrae una bola de II.

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea blanca?
- Si es blanca, ¿cuál es la probabilidad de que la bola que pasó de I a II fuera blanca?

41.- En cierto país, el 99% de los detenidos y sometidos a juicio son culpables. Los jueces aciertan en el 95% de los casos, tanto si el acusado es culpable como si es inocente. Calcula la probabilidad de que un ciudadano sea inocente si ha sido declarado culpable y la de que sea culpable si ha sido declarado inocente.



42.- Una empresa tiene en almacén 1000 libros de la edición A, 1200 de la edición B y 800 de la edición C. Se sabe que el 3% de los libros de A, el 1.5% de los de B y el 2% de los de C tienen defectos. Se elige un libro al azar:

- Halla la probabilidad de que tenga defectos.
- Sabiendo que el libro elegido presenta defectos ¿cuál es la probabilidad de que sea de la edición C?

43.- En una casa hay 3 llaveros A, B y C el primero con 5 llaves, el segundo con 7 y el tercero con 8, de las que sólo una de cada llavero abre la puerta del trastero. Se escoge al azar un llavero y, de él, una llave para intentar abrir el trastero.

- ¿Cuál será la probabilidad de que se acierte con la llave?
- ¿Cuál es la probabilidad de que el llavero escogido sea el tercero y la llave no abra?
- Y si la llave escogida es la correcta ¿Cuál será la probabilidad de que pertenezca al llavero A?



44.- Sean A, B y C tres sucesos tales que A y B son disjuntos, A y C son independientes y B y C son también independientes. Sabemos que $P(A)=1/3$, $P(B)=1/4$ y $P(C)=1/6$. Calcula la probabilidad de que:

- Ocurra uno y sólo uno de los sucesos.
- No ocurra ninguno.

45.- En una urna hay 2 bolas blancas y 3 negras. Dos personas sacan, alternativamente una bola de cada una, sin reemplazamiento. Gana la primera que saque una bola blanca. ¿Cuál es la probabilidad de que gane la persona que empieza el juego?



46.- Un ratón huye de un gato. Puede entrar por cada uno de los callejones A, B y C con probabilidades 0.3, 0.5 y 0.2. La probabilidad de ser cazado en cada uno de los callejones es 0.4, 0.6 y 0.1, respectivamente. Calcula la probabilidad de que el gato cace al ratón. Si el gato ha cazado al ratón, calcula en qué camino es más probable que haya ocurrido.

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

1.- La probabilidad de que un alumno apruebe Matemáticas es de 0,6, la de que apruebe Lengua es de 0,5 y la de que apruebe las dos es de 0,2.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe al menos una asignatura?
- b) ¿Y de que no apruebe ninguna?
- c) ¿Y la de que apruebe Matemáticas y no Lengua?



2.- De una baraja española de 40 cartas se extrae una carta al azar. Calcula la probabilidad de que dicha carta sea:

- a) Oros o bastos. b) Copas o figura (sota, caballo y rey).

3.- Se lanza un dado dos veces. Calcula la probabilidad de que en la segunda tirada se obtenga un número mayor que en la primera.

4.- Con las cifras 1, 2, 3, 4 y 5 se forman todos los números posibles de tres cifras distintas. ¿Cuál es la probabilidad de que uno de ellos, elegido al azar, sea múltiplo de 4?

5.- Halla la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos:

- a) Salir dos caras y una cruz en el lanzamiento de tres monedas.
- b) Extraer un rey o un as al sacar una carta de una baraja de 40 cartas.
- c) Sacar suma 9 en el lanzamiento de dos dados.
- d) Sacar dos ases al extraer dos cartas de una baraja de 40 cartas.

6.- De una baraja de 40 cartas se extraen tres naipes consecutivamente. Calcula la probabilidad de obtener la secuencia sota, caballo, rey.

7.- En un centro escolar los alumnos de segundo de Bachillerato pueden optar por cursar como lengua extranjera inglés o francés. En un determinado curso, el 90% de los alumnos estudia inglés y el resto francés. El 30% de los que estudian inglés son chicos y de los que estudian francés son chicos el 40%. Elegido un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea chica?



8.- En una universidad en la que sólo hay estudiantes de Arquitectura, Ciencias y Letras, terminan la carrera el 5% de Arquitectura, el 30% de Ciencias y el 50% de Letras. Elegido un estudiante al azar, se pide:

- a) Probabilidad de que sea de Arquitectura y haya terminado.
- b) Probabilidad de que haya terminado sus estudios.

9.- La disponibilidad de acertarle a un blanco de tres tiradores, A, B y C son, respectivamente, de $1/6$, $1/4$ y $1/3$. Si cada uno dispara una sola vez al blanco, calcula:

- a) La probabilidad de que acierte uno sólo. b) La probabilidad de que al menos uno acierte

10.- En una caja tenemos 15 bolas blancas, 30 bolas negras y 45 bolas verdes. Si extraemos tres bolas simultáneamente, ¿cuál es la probabilidad de que salga una bola de cada color?

11.- Se consideran dos sucesos, A y B, asociados a un experimento aleatorio, con $P(A) = 0,7$, $P(B) = 0,9$ y $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0,58$. ¿Son independientes A y B?

Junio 2008

12.- Una caja contiene tres monedas. Una moneda es normal, otra tiene dos caras y la tercera está trucada de forma que la probabilidad de obtener cara es $1/3$. Las tres monedas tienen igual probabilidad de ser elegidas. 1) Se elige al azar una moneda y se lanza al aire, ¿cuál es la probabilidad de que salga cara? 2) Si lanzamos la moneda trucada dos veces, ¿cuál es la probabilidad de que salga una cara y una cruz?

13.- Entre la población de una determinada región se estima que el 55% presenta obesidad, el 20% padece hipertensión y el 15% tiene obesidad y es hipertenso. 1) Calcula la probabilidad de ser hipertenso o tener obesidad. 2) Calcula la probabilidad de tener obesidad condicionada a ser hipertenso.

Septiembre 2008

14.- Tenemos una moneda trucada de forma que la probabilidad de salir cara es $1/3$, y dos urnas A y B. La urna A contiene 12 bolas blancas, 20 rojas y 5 negras, y la urna B contiene 15 bolas blancas, 18 negras y 4 rojas. Realizamos el experimento aleatorio consistente en lanzar la moneda y si sale cara extraemos una bola de la urna A, si sale cruz la extraemos de la urna B. 1) Halla la probabilidad de extraer una bola blanca. 2) Halla la probabilidad de extraer una bola de la urna A que no sea roja.

15.- En una determinada comunidad, la población inmigrante es originaria de tres zonas distintas y repartida de la siguiente forma: el 30% del Norte de África, el 25% de Europa del Este y el tanto por ciento restante de Iberoamérica. En situación legal están los siguientes: el 45% del Norte de África, el 30% de Europa del Este y el 55% de Iberoamérica. 1) Elegido un inmigrante al azar, ¿cuál será la probabilidad de que su situación administrativa sea legal? 2) Elegido un inmigrante en situación de ilegalidad, ¿cuál será la probabilidad de que venga de Iberoamérica?

Reserva 1 2008

16.- Disponemos de un dado pintado y de dos urnas, A y B. En el dado las caras 1, 2, 4 y 5 son amarillas, la cara con el número 3 es roja y la cara con el número 6 es verde. La urna A tiene 7 bolas blancas y 3 bolas azules y la urna B tiene 4 bolas blancas y 6 bolas azules. Realizamos el experimento aleatorio consistente en lanzar el dado y si el color de la cara es amarillo vamos a la urna A, si sale otro color vamos a la urna B, extrayendo a continuación dos bolas de una en una y sin reemplazamiento. 1) Halla la probabilidad de que las dos bolas sean azules y pertenezcan a la urna B. 2) Halla la probabilidad de que las dos bolas sean azules

17.- Se dispone de un banco de preguntas de dos tipos: 60 preguntas son de elección múltiple y 40 preguntas son de verdadero-falso. Sabemos que son difíciles la mitad de las preguntas de elección múltiple así como la décima parte de las preguntas de verdadero-falso. Elegida una pregunta al azar, 1) ¿cuál es la probabilidad de que sea difícil? 2) Si dicha pregunta resulta ser fácil, ¿cuál es la probabilidad de que sea del tipo verdadero-falso?